

50.

事前分布は

F	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

事後分布を計算する:

$$P(\{1\} | \{\text{黒}\}) = \frac{P(\{1\} \cap \{\text{黒}\})}{P(\{\text{黒}\})} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

$$P(\{2\} | \{\text{黒}\}) = \frac{P(\{2\} \cap \{\text{黒}\})}{P(\{\text{黒}\})} = \frac{0}{1/2} = 0.$$

以下同様. 結局,

F	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}
P	1/3	0	1/3	0	1/3	0

事後分布.

$$51. \quad p' = P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(B^c|A) \cdot P(A)}{P(B^c|A) \cdot P(A) + P(B^c|A^c) \cdot P(A^c)}$$

∵ $P(A) + P(A^c) = 1$ (7"リットルが全に沈んだ場合は、必ず見つかるか見つからないか)
 また, $P(B^c|A^c) = 1$ (全に沈んだ場合は必ず見つかる確率は1) (必ず見つかる)

$$\therefore p' = \frac{(1-p) \cdot p}{(1-p) \cdot p + 1 \cdot (1-p)} = \frac{p-p^2}{1-p^2}$$

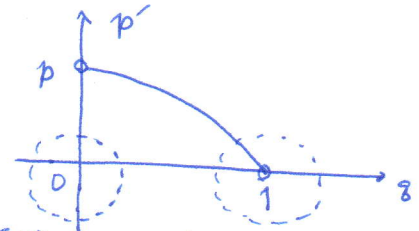
$$p' - p = \frac{p^2(p-1)}{1-p^2} < 0 \quad \text{よって、全に沈んだ場合は、沈没}$$

∴ 7"リットルが全に沈んだ確率は減る.

エントロピーの減少 = 情報の手得.

$$p' = \frac{\frac{1}{p} - 1}{\frac{1}{p} - 1} + 1 \quad \text{と} \quad 8 \quad (\text{性能})$$

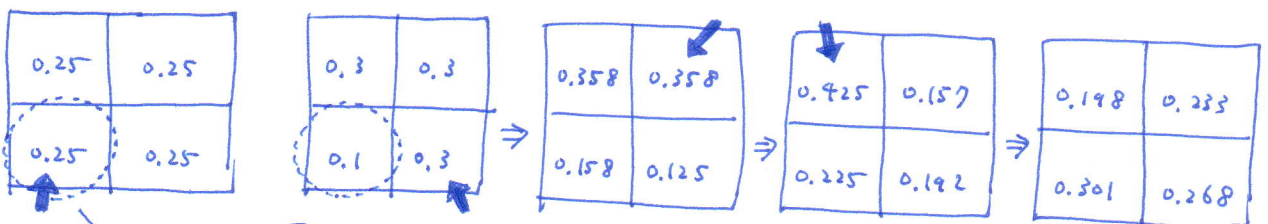
の図42に示す下図:



性能が
最良の時、
情報の更新
は最大.

性能 (= どれだけ 探る能力)
が最大なのは、 $p' = 0$.
(全に沈んだ場合は、
2には全に沈んだ!)

$p = \frac{2}{3}$ へとき、情報の変化 (確率分布の更新) を例示.
 海域を4分割し、最初は、4つの7"リットルが沈んだ
 にも、等確率で全に沈んだと仮定する.



$p = 0.25$ のとき, $p' = 0.1$

下のうち分: $0.25 - 0.1 = 0.15$ を3分割 (= 0.05)

∴, 全に沈んだと等しく2分: $0.25 + 0.05 = 0.3$

4つの7"リットルを
すべて沈んだと
仮定する場合は、
2つの最終的な
分布.

$$52. \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B \cap A) + P(B \cap A^c)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|A^c) \cdot P(A^c)}$$

$$= \frac{P(B|A)}{P(B|A) + P(B|A^c) \cdot \frac{P(A^c)}{P(A)}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{100} \cdot 2} = \frac{25}{26} \div 96\%$$

「無料」の文字を含まない
X-11は、96%の確率で
連続X-11が連続する
分は54%です

∴ $P(B^c|A) = 1 - P(B|A) = \frac{1}{2}$, $P(B^c|A^c) = 1 - P(B|A^c) = \frac{99}{100}$

$$\therefore P(A|B^c) = \frac{P(B^c|A) \cdot P(A)}{P(B^c|A) \cdot P(A) + P(B^c|A^c) \cdot P(A^c)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{99}{100} \cdot 2} = \frac{25}{124} \div 0.2 = 20\%$$

$$53. \quad P(X_3 = 3 | X_3 > 0) = \frac{P(X_3 > 0 | X_3 = 3) \cdot P(X_3 = 3)}{P(X_3 > 0)} = \frac{P(X_3 = 3)}{P(X_3 > 0)} = \frac{p^3}{p^3 + 3p^2q} = \frac{p}{p + 3q}$$

$$P(X_3 = 1 | X_3 > 0) = 1 - \frac{p}{p + 3q} = \frac{3q}{p + 3q}$$

$$\bullet \text{ 期待値} = E(X_3) = 3 \cdot \frac{p}{p + 3q} + 1 \cdot \frac{3q}{p + 3q} = \frac{3}{p + 3q}$$

$\{X_3 = 3\}$ であることは $\{X_3 > 0\}$
と等しい。 $P(\{X_3 > 0\} | \{X_3 = 3\}) = 1$.

$$\bullet \text{ 分散} = V(X_3) = 9 \cdot \frac{p}{p + 3q} + 1 \cdot \frac{3q}{p + 3q} - \left(\frac{3}{p + 3q}\right)^2 = \frac{12pq}{(3 - 2p)^2} < 12pq$$

pが小さいほど分散が小さくなる。実際、pが小さい
という事は、 $X_3 > 0$ となる確率が小さいことを意味する。その場合、
 $\{起こり得る事象が起った\}$ という情報も得た。分散は小さくなる。

$\{X_3 > 0\}$ といふ情報は
得た事象が得た X_3 の分散