

58. 確率変数 X_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) が確率過程 $X_n = aX_{n-1} + bW_n$ に従って生成されている. ただし, W_n は各時刻で独立で, 平均 0 分散 1 の正規分布 $\mathcal{N}(0, 1)$ に従うダイナミカルノイズであり, a, b は定数である. また, 初期値 X_0 はこれらのノイズと独立で $\mathcal{N}(\mu_0, \tau_0)$ に従うものとする. いま, 時刻 n において確率変数 $Y_n = cX_n + V_n$ が測定されているとする. つまり, Y_n の実現値が測定値 y_n である. ここで c は S/N 比を表す定数で, V_n は W_n, X_0 と独立で $\mathcal{N}(0, 1)$ に従う測定ノイズである. カルマンフィルタとは, ベイズ則により, 測定値に基づいて分布 $\mathcal{N}(\mu_0, \tau_0)$ を時々刻々更新していくダイナミカルな推定機構である. 以下は Matlab によるシミュレーションのコードである. 各行の意味を考え, 実行してみよ (試験範囲外).

```
a=0.8;
b=3.1;
c=1.0;
x=10;
m=2;
t=10;
X=[x];
M=[m];
T=[sqrt(t)];
for n=1:50
    x = a*x + b*randn(1,1);
    y = c*x + randn(1,1);
    m = a*m + c*(a^2*t+b^2)*(y-a*c*m)/(1+a^2*c^2*t+b^2*c^2);
    t = (a^2*t+b^2)/(1+a^2*c^2*t+b^2*c^2);
    X = [X,x];
    M = [M,m];
    T = [T,sqrt(t)];
end
figure(1)
plot(X)
hold on
plot(M, 'r')
figure(2)
errorbar(M,T)
hold on
plot(M, 'r')
```

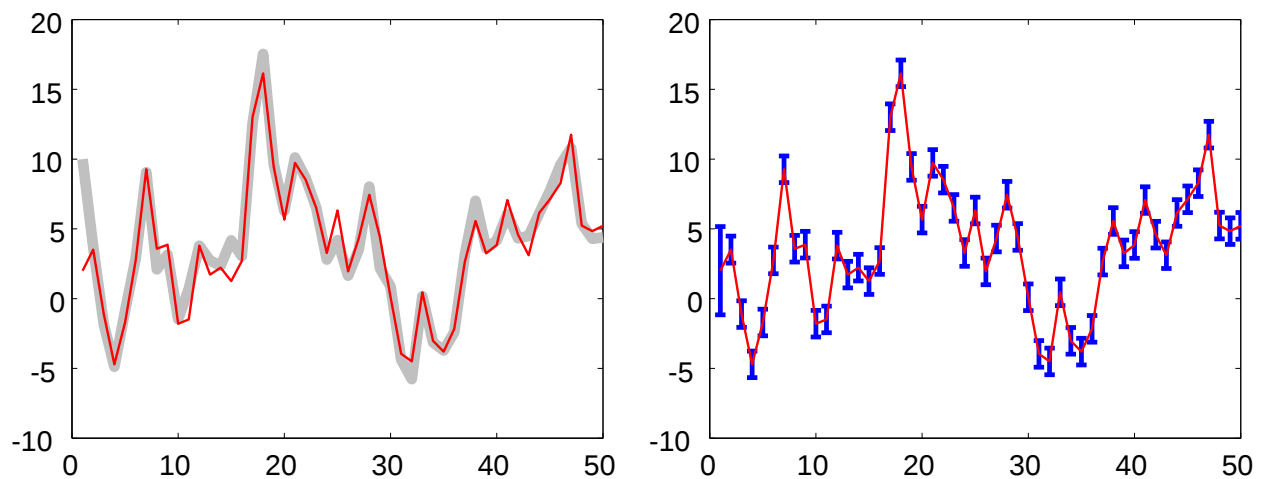


図 1: 上記のコードの実行結果の例. 横軸はステップ数. (左図) 太いグレーの線は X_n を, 細い実線はその推定値 (分布の平均値) を表す. (右図) 細い実線は X_n の推定値を, エラーバーは推定誤差 (分布の標準偏差) を表す.